

ESERCIZI SVOLTI**Capitolo 20**

1. L'idrogeno ha il suo punto di liquefazione a circa 20 K e alle temperature ordinarie può essere considerato un gas perfetto; dalla relativa equazione $V = n \cdot R \cdot T / p = 1 \cdot 8,31 \cdot 280 / 1,013 \cdot 10^5 = 2,30 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 = 23 \text{ lt}$.
2. Dalla relazione di Van der Waals (20.8) ricaviamo la pressione per $n = 1$:
 $p = RT / (V - b) - a/V^2$ e inserendo i valori in accordo al SI
 $p = 8,31 \cdot 304 / (128 \cdot 10^{-6} - 4,267 \cdot 10^{-5}) - 0,364 / (128 \cdot 10^{-6})^2 = 7,39 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ e dividendo per il valore di un'atmosfera, $1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $p = 72,9 \text{ atm}$.
3. Le molecole di idrogeno e azoto sono biatomiche e dalla tabella 20.1 ricaviamo che l'energia media della molecola è $\varepsilon = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{5}{2} k_B T$ da cui $v = \sqrt{5 k_B T / m}$; le differenze di velocità sono dovute alle masse. Le masse per le molecole di idrogeno e di azoto possono essere, con buona approssimazione, $m_{H_2} = 2 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}$ e $m_{N_2} = 28 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}$. Sostituendo,
 $v_{H_2} = \sqrt{5 k_B T / m_{H_2}} = \sqrt{5 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} / (2 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27})} = 144,2 \text{ m/s}$ e per l'azoto
 $v_{N_2} = \sqrt{5 k_B T / m_{N_2}} = \sqrt{5 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} / (28 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27})} = 38,5 \text{ m/s}$.
4. Nel testo "di una mole di un gas biatomico" è saltato per cui la dizione esatta avrebbe dovuto essere "trasformazione di una mole di un gas biatomico" per poter risolvere numericamente il problema. Con questa correzione il C_V è noto e si può calcolare la $\Delta U = C_V \Delta T = \frac{5}{2} R \cdot \Delta T = 2,5 \cdot 8,31 \cdot 15 = 311,62 \text{ J}$. Il calore scambiato è dunque $Q = \Delta U + L = 311,62 + 150 = 481,62 \text{ J}$.
5. Detto A lo stato iniziale e B quello finale, dalla (20.21) ricaviamo che $T_B/T_A = (V_A/V_B)^{(\gamma-1)}$. Il gas che è compresso è l'aria, gas essenzialmente composto da azoto e ossigeno, quindi biatomico; questo fa sì che $\gamma = c_p/c_v = 7/2 \cdot R / (5/2 \cdot R) = 7/5$. La temperatura iniziale è quella ambientale per cui $T_A = 20 + 273 = 293 \text{ K}$. Il volume finale V_B è piccolo e possiamo considerare che sia la sezione per l'altezza di 1 cm. Quindi $T_B = T_A \cdot (V_A/V_B)^{(\gamma-1)}$ e con i valori $T_B = 293 \cdot (30/1)^{(7/5-1)} = 1142 \text{ K} = 869^\circ\text{C}$. Una temperatura molto alta ottenuta il base al nostro modellino della pompa. In effetti, durante la compressione, ad un certo punto si apre la valvola e l'aria entra nello pneumatico facendo diminuire la quantità di gas e la sua energia totale. In ogni caso la canna della pompa si riscalda molto.
6. Una delle domande è "la variazione di entropia" e non "la variazione di entalpia".
 La relazione (20.33) mostra la connessione fra p e T da cui ricaviamo che $T_f = T_i (p_i/p_f)^{((1-\gamma)/\gamma)} = 300 \cdot (1/3)^{((1-7/5)/(7/5))} = 410,62 \text{ K}$ con un $\Delta T = 110,62 \text{ K}$. La variazione di energia interna è sempre $\Delta U = C_V \cdot \Delta T = 5/2 \cdot R \cdot \Delta T = 2298,13 \text{ J}$. Dal primo principio $L = -\Delta U = -2298,13 \text{ J}$ ed infine la variazione entropia è nulla poichè non c'è scambio di energia.

7. La quantità di calore fornita dal piombo riscalda l'acqua e riscalda il recipiente. La trasformazione è adiabatica e non ci sono cessioni di energia verso l'ambiente.

Allora, $Q_{Pb} = Q_{ac} + Q_{rec}$ da cui ricaviamo Q_{ac} e la temperatura di equilibrio.

$Q_{ac} = m_{ac} \cdot c_{ac} \cdot (t_0 - t_{ac})$, $Q_{Pb} = m_{Pb} \cdot c_{Pb} \cdot (t_{Pb} - t_0)$ da cui

$m_{Pb} \cdot c_{Pb} \cdot (t_{Pb} - t_0) = m_{ac} \cdot c_{ac} \cdot (t_0 - t_{ac}) + C \cdot (t_0 - t_{ac})$. Sviluppando le parentesi

$$t_0 = \frac{(m_{ac} \cdot c_{ac} + C) \cdot t_{ac} + m_{Pb} \cdot c_{Pb} \cdot t_{Pb}}{m_{ac} \cdot c_{ac} + C + m_{Pb} \cdot c_{Pb}}; \text{ inseriamo i valori facendo attenzione che,}$$

anche se a gruppi, siano espressi nelle medesime unità. Risulta che $t_0 = 25,42^\circ\text{C}$.

8. Il rendimento è il rapporto fra il lavoro prodotto (100 J) e la quantità di calore in ingresso, Q_1 , da cui $Q_1 = L/\eta = 400 \text{ J}$. Inoltre poichè il lavoro è anche pari al calore complessivamente scambiato, $Q_2 = L - Q_1 = -300 \text{ J}$ dove il segno “-” indica che Q_2 è in uscita. Per trovare la variazione di entropia lungo l'isoterma di espansione occorre valutare T_1 il cui valore si ricava da $|Q_1/T_1| = |Q_2/T_2|$ e $T_1 = T_2 \cdot |Q_1/Q_2| = 293 \cdot 400/300 = 390,67 \text{ K}$. La variazione di entropia è data da $\Delta S = Q_1/T_1 = 1,024 \text{ J/K}$.

9. Dal rapporto fra le temperature calcoliamo il rendimento $\eta = 1 - T_2/T_1$ con $T_1 = 300 + 273 = 573 \text{ K}$ e $T_2 = -100 + 273 = 173 \text{ K}$; risulta $\eta = 1 - 173/573 = 0,698$. La quantità di calore ceduta per l'espansione è $Q_1 = L/\eta = 1000/0,698 = 1432,5 \text{ J}$. Il lavoro durante l'espansione è dato da $L = n \cdot R \cdot T \cdot \ln(V_2/V_1)$ da cui $n = L/(R \cdot T_1 \cdot \ln(V_2/V_1)) = 1000/(8,31 \cdot 573 \cdot 0,69) = 0,3 \text{ mol}$.

10. L'equazione di Nernst (20.42), permette di valutare la d.d.p., ΔV , ai lati della membrana cellulare, $V_2 - V_1 = \frac{RT}{Fv} \ln(c_1/c_2)$. Possiamo supporre che il processo avvenga a temperature ordinarie, $t = 20^\circ\text{C}$ ossia $T = 293 \text{ K}$ e poichè gli ioni hanno una sola carica, $v = 1$. La differenza di potenziale fra l'esterno, V_2 , e l'interno, V_1 , $\Delta V = 8,31 \cdot 293 \cdot \ln(10/150)/96485,3 = -68 \text{ mV}$ ossia il potenziale esterno è minore di quello interno.