

## ESERCIZI SVOLTI

## Capitolo 19

1. La velocità di fuga è quella che permette ad un oggetto di allontanarsi indefinitamente dalla Terra. In tale posizione l'energia potenziale si può considerare pressoché nulla e anche l'energia cinetica è nulla (perché a distanze molto grandi l'energia cinetica tende a zero? Cercate di dare una spiegazione). Per la conservazione dell'energia,  $E_i = E_f$  e poiché  $E_f$  è nulla avremo  $E_i = \frac{1}{2}mv^2 + k_N \cdot m \cdot M_T / R_T$  da cui, con l'aiuto della Tabella 6 dell'Appendice A ( $k_N$  è negativa),  $v = \sqrt{-2 \cdot k_N \cdot M_T / R_T} = 11200 \text{ m/s}$ .

La (19.20) fornisce la risposta alla domanda del quesito, la massa è quella della molecole d'idrogeno,  $k_B$  la costante di Boltzmann,  $v$  la velocità di fuga,  $T$  la temperatura. In assenza del numero iniziale di molecole calcoliamo la percentuale di quelle che vanno via. Inserendo i valori

$$\frac{1}{n_0} \frac{dn}{dv} = 4\pi \left( \frac{2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}}{2\pi \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} \right)^{3/2} \cdot 11200^2 \cdot \exp \left( - \frac{2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}}{2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} \cdot 11200^2 \right) =$$

$$= 4\pi (3,85 \cdot 10^{-7})^{3/2} \cdot 1,25 \cdot 10^8 \cdot \exp(-16,11) = 4\pi \cdot 2,39 \cdot 10^{-10} \cdot 1,25 \cdot 10^8 \cdot 1,01 \cdot 10^{-7} = 3,79 \cdot 10^{-8}.$$

È un numero che sembra piccolissimo, ma confrontato con una mole di idrogeno ( $6,02 \cdot 10^{23}$  molecole) significa che  $2,28 \cdot 10^{18}$  molecole hanno una velocità che permetterebbe loro di lasciare la Terra.

2. Ponendo che l'acqua sia a  $0^\circ$ , il problema si compone di due parti, il passaggio di acqua a ghiaccio a  $0^\circ$  e il raffreddamento del ghiaccio a  $-20^\circ$ . La massa non cambia ed è data da quella dei cubetti di acqua; ogni cubetto ha un volume di  $8 \text{ cm}^3$  e una massa di  $8 \text{ g}$  per un totale di  $80 \text{ g}$ . La quantità di calore da sottrarre all'acqua solidificarla e ottenere ghiaccio a  $0^\circ\text{C}$  è  $Q_1 = m\lambda$  con  $\lambda$  il calore di solidificazione. A questo calore si deve aggiungere quello per raffreddare il ghiaccio  $Q_2 = m \cdot c \cdot \Delta t$  con  $m$  la massa del ghiaccio che è quella dell'acqua,  $c$  il calore specifico del ghiaccio e  $\Delta t$  la variazione di temperatura. Con l'aiuto dell'esempio 4 ricaviamo che:  $Q_1 + Q_2 = m \cdot (\lambda + c \cdot \Delta t) = 8 \cdot 10^{-3} \cdot (3,335 \cdot 10^5 + 2043 \cdot 20) = 2,99 \cdot 10^3 \text{ J}$ .
3. Scegliamo come massa della sostanza incognita  $m_x = 100 \text{ g}$ . La relazione (19.19) può essere usata per determinare il calore specifico incognito. Infatti  $c_x = c \cdot m \cdot (t - t_0) / m_x \cdot (t_0 - t_x) = 1 \cdot 1 \cdot (20 - 30) / (0,1 \cdot (20 - 300))$ ; in questa relazione le unità delle masse e delle temperature si elidono e quindi si può scegliere l'unità che si desidera. Il calore specifico incognito ha le unità di quello scelto per l'acqua, ad esempio,  $c = 1 \text{ Cal/kg}$ . Ne viene fuori che  $c_x = 0,36 \text{ Cal/kg}$ .
4. Anche qui è da usare la relazione (19.19)  $m_{Pb} = c \cdot m \cdot (t - t_0) / c_{Pb} \cdot (t_0 - t_{Pb})$ . Inserendo i valori  $m_{Pb} = 4186 \cdot 2 \cdot (80 - 40) / 129 \cdot (40 - 20) = 129,8 \text{ kg}$ .
5. Il corpo perde energia in base alla propria temperatura,  $T_c$ , e ne riceve in base alla temperatura dell'ambiente,  $T_a$ , in accordo alla legge di Stefan

(19.11),  $\Delta I = \sigma T_c^4 - \sigma T_a^4 = \sigma (T_c^4 - T_a^4)$ . L'intensità  $I$  rappresenta l'energia per unità di superficie  $S$  e per unità di tempo, da cui  $E/t = S \cdot I$  dove  $S$  è la superficie del corpo che nel caso umano è circa  $2 \text{ m}^2$ . Quindi l'energia persa in  $1 \text{ s}$  è data da  $E/t = S \cdot I = 2 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (310^4 - 298^4) = 1521,74 \text{ J/s}$ . La seconda parte dell'esercizio è più complessa ma possiamo fare un conto abbastanza semplicistico per avere un'idea della emissività. Se un corpo è coperto, parte della sua energia non è emessa e si comporta come se la propria temperatura fosse più bassa; la (19.13) si scriverebbe  $I = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T_c^4 = \sigma \cdot T_c'^4$ . In una ipotesi semplicistica la temperatura  $T_c'$  la possiamo assumere quella dell'ambiente da cui immediatamente  $\varepsilon = T_c'^4 / T_c^4$  e sostituendo i valori  $\varepsilon = 298^4 / 310^4 = 0,85$ .

6. Il campo ottico varia fra  $\lambda_v = 350 \text{ nm}$  e  $\lambda_r = 700 \text{ nm}$ . Dalla legge di Wien deriva che la temperatura del rosso è  $T_r = b/\lambda_r = 4142,9 \text{ K}$  e  $T_v = b/\lambda_v = 8245,7 \text{ K}$ .
7. La paraffina si solidifica alla stessa temperatura dell'acqua in cui si versa. Il processo riguarda quindi la quantità di calore ceduta all'acqua e il suo aumento di temperatura  $\Delta t_{ac}$ :  $\lambda_p \cdot m_p = c_{ac} \cdot m_{ac} \cdot \Delta t_{ac}$ , dove  $\lambda_p$  è il calore di solidificazione della paraffina,  $36 \text{ kcal/kg}$ ,  $m_p$  e  $m_{ac}$  sono rispettivamente la massa della paraffina,  $0,1 \text{ kg}$ , e la massa dell'acqua,  $1 \text{ kg}$ ;  $c_{ac}$  è il calore specifico dell'acqua  $1 \text{ kcal/kg}$ ;  $\Delta t_{ac} = \lambda_p \cdot m_p / (c_{ac} \cdot m_{ac})$  e inserendo in valori  $\Delta t_{ac} = 36 \cdot 0,1 / (1 \cdot 1) = 3,6^\circ\text{C}$ .
8. Dall'esempio 1 possiamo rispondere al quesito. Il volume della piastra è  $V = 0,1 \cdot 10 \cdot 10 = 10 \text{ cm}^3$  per una massa  $m_{Cu} = \rho_{Cu} \cdot V = 8,96 \cdot 10 = 89,6 \text{ g}$ , corrispondenti a un numero di moli  $n = m_{Cu} / P_a = 89,6 / 63,55 = 1,41$  dove  $63,55$  è il peso atomico del rame. Il numero di atomi nel volume si trova moltiplicando il numero di moli per il numero di Avogadro,  $1,41 \cdot 6,022 \cdot 10^{23} = 8,49 \cdot 10^{23}$  atomi il che porta a  $8,49 \cdot 10^{22} \text{ atomi/cm}^3$ . La distanza media dalla radice cubica dell'inverso del numero di atomi/cm<sup>3</sup>:  $a_{20} = \sqrt[3]{1 / 8,49 \cdot 10^{22}} = 2,275 \cdot 10^{-8} \text{ cm} = 2,275 \text{ \AA}$ .  
 Alla temperatura di  $60^\circ\text{C}$  la lastra ha un volume maggiore; noi conosciamo la dimensione lineare a  $20^\circ\text{C}$ ,  $l_{20} = l_0 \cdot (1 + \alpha \cdot 20)$ ; la dimensione lineare a  $60^\circ\text{C}$  è  $l_{60} = l_0 \cdot (1 + \alpha \cdot 60)$  dove  $l_0$  è la lunghezza a  $0^\circ\text{C}$ .  $l_0$  lo scriviamo  $l_0 = l_{20} / (1 + \alpha \cdot 20)$  e quindi  $l_{60}$  diventa  $l_{60} = l_{20} \cdot (1 + \alpha \cdot 60) / (1 + \alpha \cdot 20) = l_{20} \cdot (1 + 6,80 \cdot 10^{-4})$  e il volume  $V_{60} = V_{20} \cdot (1 + 6,80 \cdot 10^{-4})^3 = V_{20} \cdot (1 + 3 \cdot 6,80 \cdot 10^{-4}) = 10,0204 \text{ cm}^3$ . In questo volume il numero degli atomi è sempre lo stesso,  $8,49 \cdot 10^{23}$ . Pertanto la distanza media è  $\sqrt[3]{10,0204 / 8,49 \cdot 10^{23}} = 2,277 \cdot 10^{-8} \text{ cm} = 2,277 \cdot 10^{-8} \text{ \AA}$ , un valore solo di poco aumentato.
9. Dalla (19.7) ricaviamo che per raddoppiare il volume la temperatura deve raddoppiare, quindi da  $20^\circ = 293 \text{ K}$  deve passare a  $586 \text{ K} = 313^\circ\text{C}$ .

10. La densità dell'acqua a  $4^{\circ}\text{C}$  è  $1\text{ g/cm}^3$ , quella a  $0^{\circ}\text{C}$  è  $0,999\text{ g/cm}^3$  come si vede dalla figura 19.6. Un litro a  $4^{\circ}\text{C}$  ha un peso  $p = 1 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 = 9,8 \cdot 10^{-3}\text{ N}$ . La spinta di Archimede, dovuta all'acqua circostante a  $0^{\circ}\text{C}$  con densità  $0,999\text{ g/cm}^3$ , è  $A = 0,999 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 = 9,79 \cdot 10^{-3}\text{ N}$ . Questa piccola differenza è sufficiente a far immergere l'acqua a  $4^{\circ}\text{C}$  evitando il congelamento sul fondo.