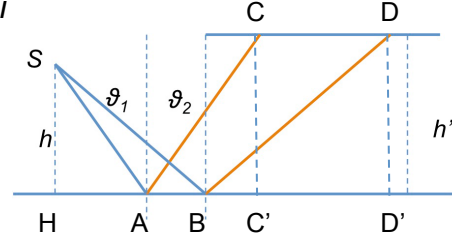


ESERCIZI SVOLTI

Capitolo 17

1. Consideriamo sul piano riflettente le posizioni dei punti A e B, C' e D' in funzione della loro distanza dal punto H; così immediatamente si ottiene la dimensione lineare dell'area illuminata dai raggi che sono riflessi fra i punti A e B.



$$AC' = CC' \cdot \operatorname{ctg} \angle CAC' = CC' \cdot \operatorname{ctg}(\pi/2 - \vartheta_1);$$

$$BD' = DD' \cdot \operatorname{ctg} \angle DBD' = CC' \cdot \operatorname{ctg}(\pi/2 - \vartheta_2);$$

per trovare la posizione dei punti C'

e D' rispetto ad H, calcoliamo $HA = h \cdot \operatorname{ctg}(\pi/2 - \vartheta_1)$ e $HB = h \cdot \operatorname{ctg}(\pi/2 - \vartheta_2)$.

Poichè $\operatorname{ctg} = 1/\operatorname{tg}$ i vari segmenti risultano $AC' = 40/\operatorname{tg}70^\circ = 14,56 \text{ cm}$;

$BD' = 40/\operatorname{tg}60^\circ = 23,09 \text{ cm}$; $HA = 30/\operatorname{tg}70^\circ = 10,92 \text{ cm}$ e $HB = 30/\operatorname{tg}60^\circ = 17,32 \text{ cm}$. La zona illuminata fra C e D è data pertanto da $HD' - HC' = HB + BD' = 17,32 + 23,09 - 10,92 - 14,56 = 14,93 \text{ cm}$.

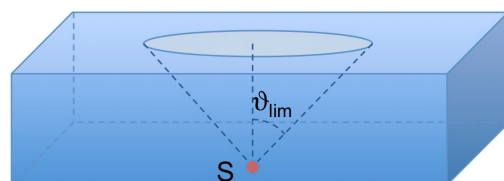
2. Dall'equazione dei punti coniugati per gli specchi osserviamo che la posizione della sorgente risulterebbe negativa; il dato della posizione q è errato. La cosa si poteva notare subito osservando che l'immagine reale si forma a distanza maggiore di quella focale, in questo caso $f = 20 \text{ cm}$. Con questi dati il problema non ha soluzione.

Se l'immagine fosse stata immaginaria q sarebbe stato negativo e quindi dall'equazione dei punti coniugati per gli specchi: $1/p + 1/q = 1/f$ con $f = r/2$. Possiamo lasciare i dati nel sistema CGS e avere $1/p = 2/40 - 1/(-15) = 0,12$ da cui $p = 8,57 \text{ cm}$.

3. Possiamo esprimere la distanza fra sorgente e immagine in base ai termini p e q, $p - q$. Questa distanza è 40 cm ed essendo $p = 50 \text{ cm}$ segue che $q = 10 \text{ cm}$; dalla equazione dei punti coniugati $1/50 + 1/10 = 1/f = 2/r$, cioè $r = 16,67 \text{ cm}$.
4. I dati sono $q = 15 \text{ cm}$, $p = 60 + 15 = 75 \text{ cm}$ e come nell'esercizio precedente, dalla equazione dei punti coniugati $1/75 + 1/15 = 1/f = 2/r$ si ricava che il raggio dello specchio è $r = 25 \text{ cm}$.

5. La luce, formata da diverse lunghezze d'onda, si diffonde nel passaggio in acqua. Il raggio meno deflesso è quello con $n_{\min} = 1,33$ e dalla legge di Snell $\sin \vartheta_i = n_{\min} \cdot \sin \vartheta_{\min}$ da cui $\vartheta_{\min} = \operatorname{asen}(\sin \vartheta_i / n_{\min}) = 22,08^\circ$; il raggio più deflesso è quello con $n_{\max} = 1,35$ e sempre dalla legge di Snell $\sin \vartheta_i = n_{\max} \cdot \sin \vartheta_{\max}$ da cui $\vartheta_{\max} = \operatorname{asen}(\sin \vartheta_i / n_{\max}) = 21,74^\circ$. I raggi rifratti sono compresi in un angolo di $0,34^\circ$.

6. La luce subisce il fenomeno della riflessione totale; l'indice di rifrazione dell'acqua è $n = 1,33$ e per un angolo di incidenza pari all'angolo limite $\sin \vartheta_{\lim} = 1/n$ si ha il limite del



passaggio della luce in aria. Ricaviamo $\vartheta_{lim} = \text{asen}(1/1,33) = 48,75^\circ$. Come in figura si realizza un'area il cui raggio lo calcoliamo tramite la trigonometria, ponendo h la profondità della sorgente:

$$r = h \operatorname{tg} \vartheta_{lim} = 3 \cdot 1,14 = 3,42 \text{ m.}$$

7. L'ingrandimento $G = |q / p| = 8$ da cui $q = -8p$ in quanto l'immagine è virtuale q sta dalla parte oggetti, è negativo. Sostituendo nell'equazione dei punti coniugati si ottiene $1/p - 1/8p = 1/f$ da cui $p = \frac{7}{8} f$ e in definitiva la sorgente deve essere posta a $p = 13,13 \text{ cm}$ dal centro della lente.
8. L'equazione dei punti coniugati del diottrio è $n_1/p + n_2/q = (n_2 - n_1)/r$. Di questa equazione sappiamo tutto tranne il raggio che possiamo ricavare da $r = (n_2 - n_1)/(n_1/p + n_2/q)$; inserendo i dati secondo il sistema CGS si ottiene $r = (1,3 - 1)/(1/200 + 1,3/2) = 0,46 \text{ cm}$.
9. Consideriamo l'equazione dei punti coniugati $1/p + 1/q = 1/f$; da ricordare che, al momento di sostituire i valori, nelle lenti divergenti il fuoco è negativo per cui $1/q = -1/15 - 1/50 = -0,0867$ da cui $q = -11,54 \text{ cm}$ con un ingrandimento $G = -0,77$. L'immagine si trova nello spazio oggetti ed è diritta.
10. L'equazione dei punti coniugati è il punto di partenza per la generalità dei casi di ottica di specchi, lenti e diottri. In questo caso la distanza focale della lente è $1/f = n(1/R_1 - 1/R_2)$, con $|R_1| = |R_2|$; se la lente è convergente allora $1/f = 2n/R_1$, se divergente $1/f = -2n/R_1$ per la convenzione sui segni delle regioni in cui la lente divide lo spazio.

Per una lente convergente abbiamo $f = 7,5 \text{ cm}$ e $q = 20 \text{ cm}$; il valore di p è dato da $1/p = 1/7,5 - 1/20$ da cui $p = 12 \text{ cm}$.

Nel caso di lente divergente come nella figura notiamo che qualunque sia la posizione della sorgente, l'immagine si forma sempre fra il fuoco (il punto in colore) e la lente. Se volessimo considerare il valore q in valore assoluto e quindi avere in effetti $q = -20 \text{ cm}$, questo valore sarebbe non corretto nel caso di lente divergente e l'esercizio non avrebbe alcun risultato.

