

ESERCIZI SVOLTI**Capitolo 9**

In questi esercizi, per semplicità, adopereremo per la velocità della luce il valore $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

1. Per questo esercizio usiamo le relazioni (9.15); si ha che $\beta = 3,33 \cdot 10^{-3}$ da cui $\gamma = 1,000006 \approx 1$. In questo caso le relazioni (9.15) si ridurrebbero a quelle di Galilei per cui $x = 9 \cdot 10^6$ m e $t = 6$ s. Ma volendo fare i calcoli per bene la posizione è aumentata di 50 m e il tempo di 67 μ s. Variazioni del tutto trascurabili.
2. Per la velocità considerata, $\gamma = 1$ e dalla relazione (9.17) non c'è contrazione relativistica. Se si vuole, però, una contrazione di 1/100 ossia che la lunghezza osservata sia il 99% di quella prima del lancio, questo implica, dalla relazione (9.17) che $\gamma = 1,01$. Si ricava che $\beta = \sqrt{1 - 1/\gamma^2}$ cioè $\beta = 0,14$. Il giavellotto dovrebbe essere lanciato con una velocità $v = 4,21 \cdot 10^7$ m/s.
3. L'osservatorio a Terra non ha tenuto conto della contrazione; avrebbero dovuto valutare la velocità e preparare un pannello lungo $l' = l \cdot \gamma$. La differenza di 3 cm dà $\gamma = 100,03/100$ e un $\beta = \sqrt{1 - 1/\gamma^2} = 2,45 \cdot 10^{-2}$. La velocità risulta $v = 7,35 \cdot 10^6$ m/s.
4. Dalla relazione (9.16) la durata dell'intervallo di tempo trascorso per l'orologio in moto è $\Delta t' = \Delta t / \gamma$. Per una velocità $v = c/10$ segue che $\beta = 0,1$ e $\gamma = 1,005$ e $\Delta t' = 10,05$ s.
5. Il tempo di sgancio è stato calcolato su una base rispetto alla quale l'incursore si muove con una certa velocità e pertanto calcola l'intervallo di tempo in maniera differente; il tempo misurato dall'incursore dopo la prima luna di Betelgeuse deve essere $1/\gamma$ del tempo dato dalla base. Data la velocità $\beta = 1/100$ sembrerebbe che $\gamma = 1$. Ma a questi valori di velocità basta poco per ottenere differenze degli spostamenti di km. Infatti facendo i calcoli $\gamma = 1/\sqrt{1 - (1/100)^2} = 1/\sqrt{1 - 10^{-4}} = 1,000050$ e $\Delta t' = \Delta t/\gamma = 99,995$ s. Poiché l'ordigno sganciato si muove con la velocità dell'astronave in quei 5 ms compie un tratto $s = (c/100) \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 15000$ m ossia 15 km.
6. L'intervallo di 5 giorni, misurato sul sistema in moto rispetto alla Terra è $\Delta t' = \Delta t/\gamma$ con $\gamma = 1/\sqrt{1 - 0,8^2} = 1,67$; il periodo di 5 giorni è visto di 3 giorni.
7. L'esercizio non è scritto bene, mi dispiace. Il primo osservatore misura la velocità dell'oggetto, $v = 1,5 \cdot 10^5$ m/s. Il secondo osservatore ha una velocità relativa rispetto al primo pari a $u = 6 \cdot 10^4$ m/s. In base alle informazioni, si deve ricavare la velocità dell'oggetto rispetto al secondo osservatore, v' . Arrangiando l'espressione (9.18) si trova $v' = (v - u)/(1 - uv/c^2)$. Si può notare che $u \cdot v / c^2 = 1,5 \cdot 10^5 \cdot 6 \cdot 10^4 / 9 \cdot 10^{16} = 1 \cdot 10^{-7}$ del tutto trascurabile rispetto a 1.

Quindi $v' = v - u = 9 \cdot 10^4$ m/s. La soluzione era in termini delle trasformazioni di Galilei.

8. Un altro piccolo refuso; la lampadina irradia con una potenza di 1 watt; al giorno è stato aggiunto per distrazione.

Irraggiando con la potenza di 1 watt, in un anno, composto da 31 536 000 s la lampada emette 31 536 000 J; tramutando in massa con $E = mc^2$ si ottiene una perdita di massa $m = 31\,536\,000 / (3 \cdot 10^8)^2 = 3,5 \cdot 10^{-7}$ g = 350 ng.

9. Dalla relazione (9.21) ricaviamo che $\gamma = K/mc^2 + 1$ da cui ricaviamo che $\gamma = 10^{-10} / (1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16}) + 1 = 1,66$.

10. Dalla espressione di γ si ricava β e quindi v : $\beta = \sqrt{1 - 1/\gamma^2} = \sqrt{3}/2 = 0,87$ da cui si ricava che $v = \beta \cdot c = 2,6 \cdot 10^8$ m/s