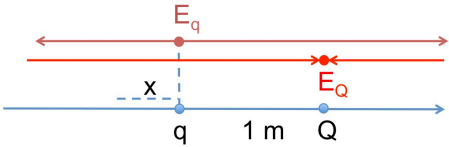
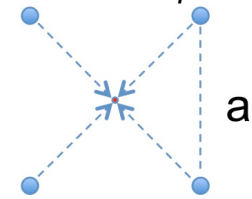


ESERCIZI SVOLTI

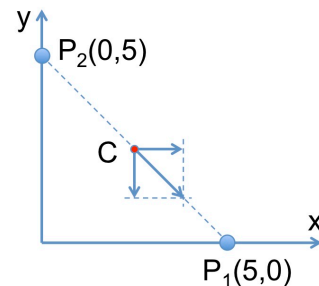
Capitolo 6

- In base alla legge di Newton la forza fra le due masse è $F = k_N \cdot (m \cdot M) / r^2$ da cui si ricava che $M = F \cdot r^2 / (k_N \cdot m) = 3 \cdot 10^{-8} \cdot 0,25 / (6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 3) = 37,48 \text{ kg}$
- I moduli delle forze sono, elettrica $F_C = k_C \cdot (q \cdot Q) / r^2$ e gravitazionale $F_N = k_N \cdot (m \cdot M) / r^2$. La carica del protone è uguale, in valore assoluto, a quella dell'elettrone, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; la massa del protone è $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ e quella dell'elettrone è $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$. Inserendo i valori si ottiene
 $F_C = 8,99 \cdot 10^9 (1,6 \cdot 10^{-19})^2 / (5,3 \cdot 10^{-11})^2 = 8,19 \cdot 10^{-8} \text{ N}$
 $F_N = 6,67 \cdot 10^{-11} (9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}) / (5,3 \cdot 10^{-11})^2 = 3,61 \cdot 10^{-47} \text{ N}$.
 Questo fa sì che in ambito atomico non si parla mai di forze gravitazionali.
- I due campi sono opposti e nel punto particolare devono avere lo stesso modulo. Questo punto deve essere sul segmento che unisce le due cariche. I due campi $E_1 = Q / r_1^2 = E_2 = q / r_2^2$ da cui
 $r_1 = r_2 \cdot \sqrt{q / Q} = r_2 \cdot \sqrt{8 \cdot 10^{-9} / 4 \cdot 10^{-8}} = r_2 \cdot 0,45$. Poiché $r_1 + r_2 = 1 \text{ m}$,
 $r_2 = 1 / 1,45 = 0,69 \text{ m}$ e $r_1 = 0,31 \text{ m}$.
 La carica positiva deve essere posta a 31 cm dalla carica Q.
- In questo caso i due campi sono concordi nel segmento fra le due cariche mentre sono discordi all'esterno. Il punto di equilibrio si trova pertanto esterno al segmento che unisce q e Q e in particolare dalla parte di q in quanto la carica q crea il campo minore e la carica Q deve essere più distante per fare in modo che il suo campo decresca di più.

 Dobbiamo confrontare i moduli dei campi e, seguendo la figura, se x è la distanza da q, quella da Q è $1+x$. I moduli dei due campi sono allora $E_q = k_C q / x^2$ e $E_Q = k_C Q / (1+x)^2$; equagliando i campi si ottiene $q(1+x)^2 = Qx^2$. Sostituendo i valori (ricordiamo che stiamo considerando i moduli) si ottiene una equazione di secondo grado in x: $4 \cdot 10^{-9} (1+x)^2 = 2 \cdot 10^{-8} x^2$. Semplificando e sviluppando la parentesi si ottiene $0,2 + 0,4 \cdot x + 0,2 \cdot x^2 = x^2$ ossia $(1-0,2)x^2 - 0,4x - 0,2 = 0$. L'equazione ammette due radici $x_1 = 0,31 \text{ m}$ e $x_2 = -0,81 \text{ m}$. La prima indica che il punto di equilibrio è fra le due cariche ed è non significativa (deriva dal fatto che l'equazione matematicamente ammette due soluzioni), la seconda indica che è a sinistra (secondo la figura) della carica q.
- Ipotizziamo che le coordinate dei punti siano espresse nel SI, per il campo in $P(1,1)$ è $E = k_C Q / 2$. Nel punto $P(2,2)$ è $E = k_C Q / 4$. Nel punto $P(2,2)$ il campo si dimezza.

6. Le masse sono uguali e quindi al centro del quadrato si incontrano quattro campi in modulo uguali e a due a due opposti. Qui il campo è nullo. Il potenziale è dato dalla somma dei singoli potenziali alla distanza di $a/\sqrt{2}$. Spostando di un pelo la massa posta nel centro verso il centro del segmento che unisce due masse, il campo delle masse opposte diminuisce facendo in modo che le altre due masse attirino quella al centro. Questo tipo di equilibrio si chiama instabile.



7. I campi delle due masse hanno la stessa direzione ma versi opposti; poiché la massa maggiore è nel punto $P_1(5,0)$, nel punto mediano C del segmento fra P_1 e P_2 il campo è diretto verso P_1 . La stessa direzione permette di valutare il modulo del campo in C come differenza fra i due moduli nel punto C . La distanza $P_1C = P_2C = 5/\sqrt{2}$ e la differenza dei moduli è $G_1 - G_2 = k_N \cdot M / P_1C^2 - k_N \cdot m / P_2C^2 = k_N / P_1C^2 (M - m) = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,5 / (5/\sqrt{2})^2 = 8 \text{ m/s}^2$. La componente x di questo campo è nel verso dell'asse x e il suo modulo è $G_x = 5,66 \text{ m/s}^2$ e $G_y = 5,66 \text{ m/s}^2$.



8. Il campo è un campo conservativo e il lavoro è dato dalla differenza di potenziale, $\mathcal{L} = -\Delta V$, fra il punto iniziale (l'origine degli assi) e il punto finale (il punto C). il potenziale iniziale è $V_i = k_N \cdot M/5 + k_N \cdot m/5 = k_N \cdot (M+m)/5$; il potenziale finale $V_f = k_N \cdot M/(5/\sqrt{2}) + k_N \cdot m/(5/\sqrt{2}) = k_N \cdot (M+m)/(5/\sqrt{2})$. La differenza fra questi due valori è $\mathcal{L} = -\Delta V = k_N \cdot (M+m) \cdot (1/5 - \sqrt{2}/5)$. Inserendo i valori il lavoro $\mathcal{L} = -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2,5 \cdot (1 - \sqrt{2})/5 = 1,38 \cdot 10^{-11} \text{ N/kg}$.

9. Il potenziale è la somma dei potenziali delle tre cariche nel punto prescelto. Questo punto dista dalle cariche negative $a/2$ mentre dalla carica positiva si trova alla distanza $a\sqrt{3}/2$.

Il potenziale è $V = V_{+q} + V_{-q} + V_{-q} = k_C \cdot q [1/(a\sqrt{3}/2) - 1/(a/2) - 1/(a/2)]$ ossia $V = -k_C \cdot q \cdot 2,85/a$ volt.

Nel punto di mezzo fra le cariche negative, queste creano due campi con versi opposti e con lo stesso modulo e quindi non contribuiscono al campo, dato invece solo dalla carica positiva. Il campo ha la direzione verticale e verso dall'alto al basso. Il modulo è $C = k_C \cdot q \cdot 4 / (3 \cdot a^2)$.

10. Un satellite geostazionario ha un periodo $T = 24$ ore; il moto lo si studia partendo dall'eguaglianza fra la forza centripeta, $m\omega^2 r$, con $\omega = 2\pi/T$ e la forza gravitazionale, $k_N \cdot m \cdot M_T / r^2$. Da qui si ricava il raggio rispetto al centro della Terra: $r^3 = k_N \cdot M_T \cdot T^2 / 4\pi^2$. Inserendo i valori e eseguendo la radice cubica $r = 42\,250,5 \text{ km}$; se vogliamo sapere l'altezza rispetto alla superficie terrestre si deve diminuire del raggio della Terra, $r_T = 6\,371 \text{ km}$; la distanza è $d = 35\,880 \text{ km} \approx 36\,000 \text{ km}$.