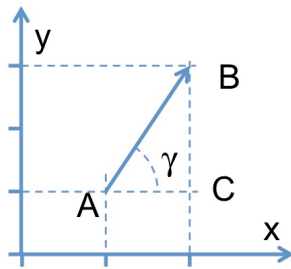


ESERCIZI SVOLTI

Capitolo 2

1. Il modulo è dato dal teorema di Pitagora applicato al triangolo ABC con C di coordinate C(2,1). L'ipotenusa, il modulo del vettore AB, è $AB = \sqrt{AC^2 + CB^2}$ con $AC = 1$ e $CB = 2$. $AB = \sqrt{5} = 2,24$; $\tan \vartheta = 2/1 = 2$ da cui $\gamma = 64,43^\circ$



2. Le componenti cartesiane del vettore AB sono date da $AB_x = 1 \cdot \hat{i}$ e $AB_y = 2 \cdot \hat{j}$. Nel caso del vettore BA le componenti sono opposte a quelle del vettore AB.

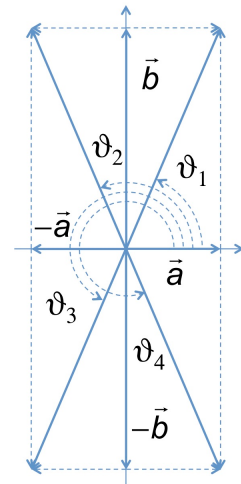
3. Il modulo del vettore somma $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ è sempre dato dall'ipotenusa del triangolo che ha come cateti i moduli dei due vettori: $c = \sqrt{3^2 + 7^2} = 7,62$; ciò che cambia è l'angolazione rispetto all'asse x in quanto, come dalla figura, nei quattro casi il vettore somma è sempre diverso:

caso a) $\vartheta_1 = \text{atan}(7/3) = 66,80^\circ$;

caso d, $\vartheta_2 = \text{atan}(7/-3) = -66,80^\circ + 180^\circ = 113,20^\circ$

caso c) $\vartheta_3 = \text{atan}(-7/-3) = 66,80^\circ + 180^\circ = 246,80^\circ$

caso b) $\vartheta_4 = \text{atan}(-7/3) = -66,80^\circ = 293,20^\circ$; ;.



4. Usando la proprietà dei vettori liberi di mantenere le loro proprietà se spostati parallelamente a se stessi, poniamo il vettore $\vec{b}$ alla fine del vettore $\vec{a}$. L'angolo fra questi due vettori è di 135° e utilizziamo il teorema di Carnot per valutare il modulo del vettore somma,

$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \vartheta} = \sqrt{4 + 16 - 16(-0,71)} = 5,60$. Con un po' di geometria e con il teorema dei seni ricaviamo l'angolo di inclinazione rispetto all'asse x; $\sin 45 / |\vec{a} + \vec{b}| = \sin \vartheta / 4$ da cui $\sin \vartheta = 0,51$ e $\vartheta = 30,34^\circ$. Per la seconda parte dell'esercizio si deve tener presente che l'angolo fra i due vettori è 45° e quindi il modulo è $\sqrt{16 + 64 - 64 \cos 45} = 5,89$. E sempre

con la geometria e il teorema dei seni si ottiene $\sin 45^\circ / |2\vec{a} - 2\vec{b}| = \sin \vartheta / 8$
da cui $\sin \vartheta = 0,96$ e $\vartheta = 73,83^\circ - 180^\circ = -106,17^\circ$

5. Le componenti del vettore $\vec{AB}$ sono $AC = 1$ e $CB = 2$ da cui $\vec{AB} = 1\hat{i} + 2\hat{j}$
6. Il vettore $\vec{a}$ è lungo l'asse x ; il vettore $\vec{b}$ è lungo la bisettrice degli assi e il suo modulo è l'ipotenusa di un triangolo rettangolo isoscele; quindi $\vec{a} = 2\hat{i}$ e $\vec{b} = \sqrt{2}\hat{i} + \sqrt{2}\hat{j}$. Il vettore somma è dunque $\vec{a} + \vec{b} = (2 + \sqrt{2})\hat{i} + \sqrt{2}\hat{j}$
Allo stesso modo, la seconda parte dell'esercizio fornisce $\vec{a} + \vec{b} = 2(2 - \sqrt{2})\hat{i} - 2\sqrt{2}\hat{j}$. Una maniera molto più semplice.
7. Somma: $\vec{a} + \vec{b} = (3-1)\hat{i} + (-2+4)\hat{j} = 2\hat{i} + 2\hat{j}$
differenza: $\vec{a} - \vec{b} = (3-1)\hat{i} - (-2+4)\hat{j} = 2\hat{i} - 2\hat{j}$
prodotto scalare: $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3 - 8 = -11$
prodotto vettoriale: $\vec{a} \wedge \vec{b} = (3\hat{i} - 2\hat{j}) \wedge (-\hat{i} + 4\hat{j}) = 10\hat{z}$
8. Il coefficiente angolare è $m = \tan(\alpha_y/\alpha_x) = -0,67$ da cui un angolo $\vartheta = -33,69^\circ$; il vettore perpendicolare ha un coefficiente angolare $m' = -1/m = 1,5$ da cui si ricava l'angolo di inclinazione ϑ' è $\vartheta' = \arctan(-\alpha_x/\alpha_y) = 56,31^\circ$. Sommando i due angoli si ottiene 90° confermando che i due vettori sono perpendicolari. Il vettore perpendicolare deve avere modulo 2 e quindi le sue componenti sono:
lungo l'asse x , $2 \cos 56,31 = 1,11$
lungo l'asse y , $2 \sin 56,31 = 1,66$.
9. due vettori identificano un piano; per aversi una somma con modulo nullo un terzo vettore non deve avere componenti perpendicolari a quel piano. Quindi devono essere tutti complanari.
10. L'angolo alla base di 60° può essere quello in basso a sinistra o in basso a destra. Indichiamo con a il lato orizzontale e b quello obliquo; in entrambi i casi il lato $b = h / \sin 60^\circ = 2,31$; il lato a si ricava dall'area, $a = S/h = 2$. I due vettori sono presi nel verso degli assi
primo caso: l'angolo fra i due vettori è 60°
 $\vec{a} = 2\hat{i}$, $\vec{b} = 1,15\hat{i} + 2\hat{j}$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos 60^\circ = 1,15$, $\vec{a} \wedge \vec{b} = 2\hat{i} \wedge (1,15\hat{i} + 2\hat{j}) = 4\hat{z}$
secondo caso: l'angolo fra i due vettori è 120°
 $\vec{a} = 2\hat{i}$, $\vec{b} = -1,15\hat{i} + 2\hat{j}$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos 120^\circ = -1,15$, $\vec{a} \wedge \vec{b} = 2\hat{i} \wedge (-1,15\hat{i} + 2\hat{j}) = 4\hat{z}$

